

**BARISAN EKSAK PADA MODUL BEBAS**



**SKRIPSI**

Diajukan Untuk Memenuhi Sebagian dari Syarat  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan S-1  
Program Studi Pendidikan Matematika

Oleh :

**NUR HIDAYATUL FITRI**  
**0901060047**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN**  
**UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PURWOKERTO**  
**2013**

**HALAMAN PERSETUJUAN**

**BARISAN EKSAK PADA MODUL BEBAS**

**SKRIPSI**

Oleh :

**NUR HIDAYATUL FITRI**  
**0901060047**

Skripsi ini disetujui oleh dosen pembimbing untuk diajukan dan dipertahankan di depan tim penguji Skripsi Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Muhammadiyah Purwokerto

Mengetahui,

**Pembimbing I**

**Pembimbing II**

**Chumaedi Sugihandardji, S.Si., M.Si.**  
**NIK. 2160127**

**Eka Setyaningsih, S.Si., M.Si.**  
**NIK. 2160109**

**SKRIPSI BERJUDUL**  
**BARISAN EKSAK PADA MODUL BEBAS**

Dipersiapkan dan disusun oleh :

**NUR HIDAYATUL FITRI**  
**0901060047**

Telah dipertahankan di depan Dewan Penguji pada tanggal 8 Maret 2013  
dan telah dinyatakan telah memenuhi syarat untuk diterima  
sebagai kelengkapan mendapat gelar Sarjana Pendidikan  
Program Studi Pendidikan Matematika  
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

**SUSUNAN DEWAN PENGUJI**

**Ketua** : **Erni Widiyastuti, S.Si, M.Si** .....  
NIK. 2160227

**Anggota I** : **Dr. Akhmad Jazuli, M.Si** .....  
NIK. 2160037

**Anggota II** : **Chumaedi Sugihandardji, S.Si., M.Si** .....  
NIK. 2160127

**Anggota III** : **Eka Setyaningsih, S.Si., M.Si** .....  
NIK. 2160109

Purwokerto, 8 Maret 2013  
Universitas Muhammadiyah Purwokerto  
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan  
Dekan,

**Drs. Ahmad, M.Pd**  
**NIP. 19650804 199403 1 002**

## SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : NUR HIDAYATUL FITRI

NIM : 0901060047

Program Studi : Pendidikan Matematika

Fakultas : Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Menyusun skripsi dengan judul :

### **BARISAN EKSAK PADA MODUL BEBAS**

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi ini adalah hasil karya tulis saya sendiri dan bukan dibuatkan orang lain atau jiplakan atau modifikasi karya orang lain.

Bila pernyataan ini tidak benar, maka saya bersedia menerima sanksi, termasuk pencabutan gelar kesarjanaan yang sudah saya peroleh.

Purwokerto, 8 Maret 2013

Yang menyatakan

**NUR HIDAYATUL FITRI**  
**NIM. 0901060047**

## ABSTRAK

Tujuan penelitian ini adalah untuk menyelidiki karakteristik dari barisan eksak pada modul bebas. Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah mengkaji definisi modul bebas, karakteristik barisan eksak pada R-Modul dan mengidentifikasi karakteristik barisan eksak pada modul bebas. Hasil penelitian diperoleh karakteristik barisan eksak pada modul bebas yaitu: (1) Jika  $F$  adalah modul bebas atas ring  $R$  maka setiap barisan eksak pendek

$0 \rightarrow M_1 \rightarrow M \xrightarrow{f} F \rightarrow 0$  adalah barisan eksak terpisah. (2) Jika R-Modul  $M$  dan  $N \subset M$  submodul dengan  $M/N$  merupakan modul bebas, maka  $M \cong N \oplus (M/N)$ . (3) Diberikan R-Modul  $M$  dan  $F$  adalah modul bebas, maka  $M \cong \text{Ker}(f) \oplus F$ ,  $\forall$  homomorfisma surjektif  $f : M \rightarrow F$ . (4) Diberikan R-Modul  $N$  dan  $F$  adalah modul bebas, jika  $0 \rightarrow M_1 \xrightarrow{\phi} M \xrightarrow{\psi} F \rightarrow 0$  adalah barisan eksak pendek dari R-Modul, maka  $0 \rightarrow \text{Hom}_R(N, M_1) \xrightarrow{\phi_*} \text{Hom}_R(N, M) \xrightarrow{\psi_*} \text{Hom}_R(N, F) \rightarrow 0$  adalah barisan eksak pendek terpisah dari grup komutatif.

**Kata kunci:** modul bebas, barisan eksak

## MOTTO

Tidak Ada Daya dan Upaya Kecuali dengan Pertolongan Allah

Hidup memerlukan pengorbananan. Pengorbanan memerlukan perjuangan.  
Perjuangan memerlukan ketabahan.

Memang baik jadi orang penting, tapi lebih penting jadi orang baik

Bersyukur itu menjadikan hidup berlimpah kebaikan,  
kaya akan keberkahan

## *PERSEMBAHAN*

Segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan kemudahan dalam penyusunan skripsi ini. Skripsi ini saya persembahkan kepada :

Kedua orang tuaku Ibu Khusnul dan Bapak Fauzi yang sangat aku sayangi dan selalu memberikan doa tulus ikhlas tiada henti.

Adikku tersayang Anwarudin Fajri.

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga peneliti dapat menyusun skripsi yang berjudul “**Barisan Eksak pada Modul Bebas**”. Skripsi ini peneliti susun sebagai persyaratan akhir untuk memperoleh gelar sarjana di Universitas Muhammadiyah Purwokerto.

Dalam penelitian skripsi ini, peneliti banyak mendapatkan bimbingan dan bantuan dari berbagai pihak, untuk itu pada kesempatan yang baik ini, peneliti mengucapkan terima kasih kepada:

1. Dr. H. Syamsuhadi Irsyad, S.H, M.H, Rektor Universitas Muhammadiyah Purwokerto.
2. Drs. Ahmad, M.Pd, Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Purwokerto.
3. Chumaedi Sugihandardji, S.Si, M.Si, Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Purwokerto dan Pembimbing I yang telah meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan, petunjuk, dan arahan dalam penyusunan skripsi ini.
4. Eka Setyaningsih, S.Si, M.Si selaku Pembimbing II yang telah meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan, petunjuk, dan arahan dalam penyusunan skripsi ini.
5. Bapak dan Ibu dosen Program Studi Pendidikan Matematika yang telah mengajarkan ilmu yang bermanfaat selama belajar di Universitas Muhammadiyah Purwokerto.



6. Semua pihak yang telah memberikan bantuan yang tidak dapat peneliti sebutkan satu persatu.

Peneliti menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat membangun selalu peneliti harapkan. Peneliti berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat untuk kemajuan bersama.

Purwokerto, Maret 2013

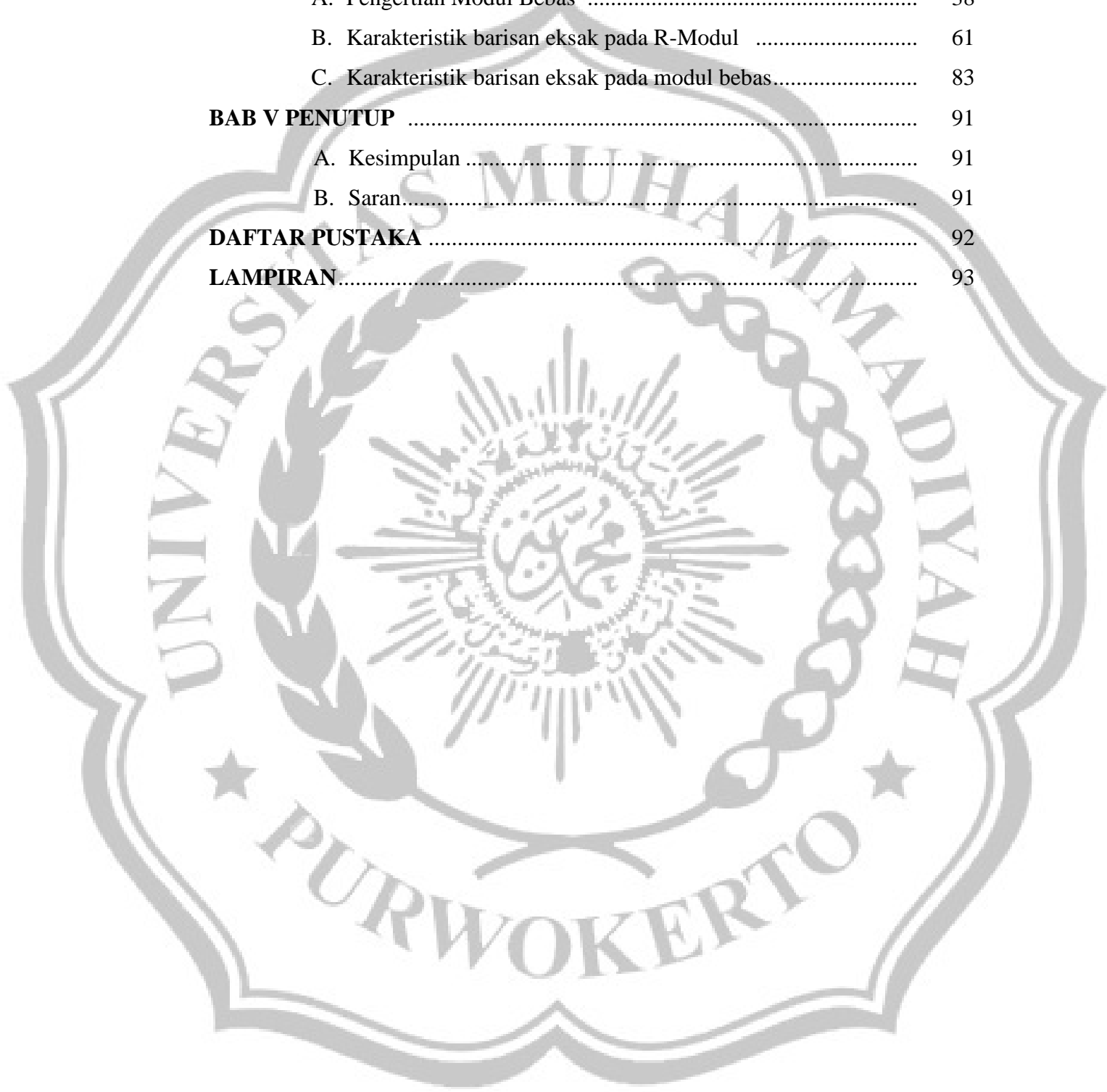
Peneliti

**Nur Hidayatul Fitri**

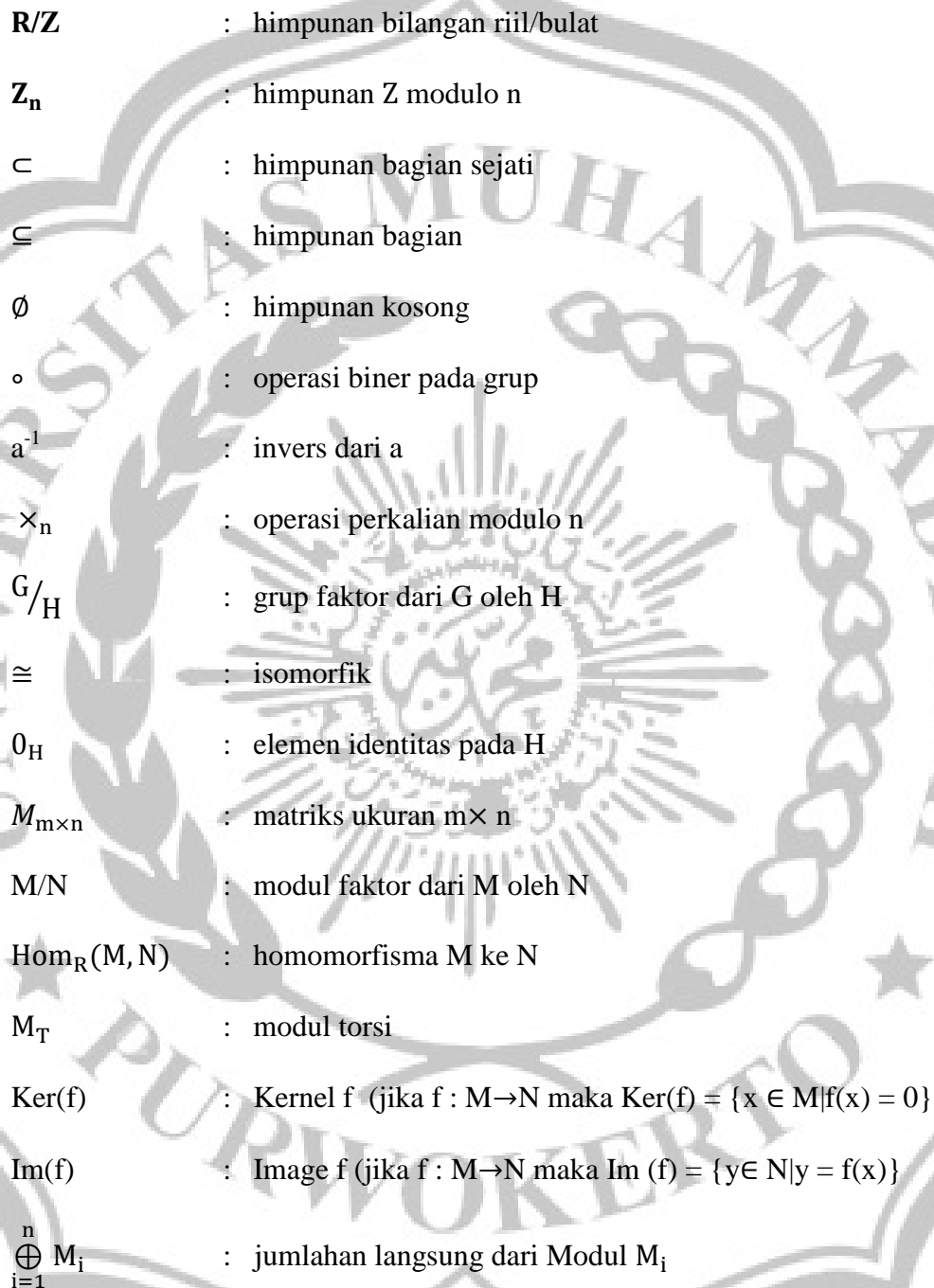
## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PERSETUJUAN</b> .....	ii
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	iv
<b>ABSTRAK</b> .....	v
<b>MOTTO</b> .....	vi
<b>PERSEMBAHAN</b> .....	vii
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	viii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	x
<b>DAFTAR SIMBOL</b> .....	xii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiii
<b>BAB 1 PENDAHULUAN</b> .....	1
A. Latar Belakang .....	1
B. Rumusan Masalah .....	4
C. Batasan Masalah .....	4
D. Tujuan Penelitian .....	4
E. Manfaat Penelitian .....	4
F. Penegasan Istilah Judul .....	5
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	6
A. Fungsi .....	6
B. Grup .....	8
C. Ring .....	13
D. Modul .....	18
E. Basis .....	34
F. Jumlahan Langsung .....	34
G. Barisan Eksak .....	35
H. Modul Bebas .....	35
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN</b> .....	36

<b>BAB IV PEMBAHASAN</b> .....	38
A. Pengertian Modul Bebas .....	38
B. Karakteristik barisan eksak pada R-Modul .....	61
C. Karakteristik barisan eksak pada modul bebas.....	83
<b>BAB V PENUTUP</b> .....	91
A. Kesimpulan .....	91
B. Saran.....	91
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	92
<b>LAMPIRAN</b> .....	93



## DAFTAR SIMBOL



$\mathbb{R}/\mathbb{Z}$	: himpunan bilangan riil/bulat
$\mathbb{Z}_n$	: himpunan $\mathbb{Z}$ modulo $n$
$\subset$	: himpunan bagian sejati
$\subseteq$	: himpunan bagian
$\emptyset$	: himpunan kosong
$\circ$	: operasi biner pada grup
$a^{-1}$	: invers dari $a$
$\times_n$	: operasi perkalian modulo $n$
$G/H$	: grup faktor dari $G$ oleh $H$
$\cong$	: isomorfik
$0_H$	: elemen identitas pada $H$
$M_{m \times n}$	: matriks ukuran $m \times n$
$M/N$	: modul faktor dari $M$ oleh $N$
$\text{Hom}_R(M, N)$	: homomorfisma $M$ ke $N$
$M_T$	: modul torsi
$\text{Ker}(f)$	: Kernel $f$ (jika $f : M \rightarrow N$ maka $\text{Ker}(f) = \{x \in M   f(x) = 0\}$ )
$\text{Im}(f)$	: Image $f$ (jika $f : M \rightarrow N$ maka $\text{Im}(f) = \{y \in N   y = f(x)\}$ )
$\bigoplus_{i=1}^n M_i$	: jumlahan langsung dari Modul $M_i$

## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel II.B.4: Tabel Cayley $(Z_4, \times_4)$ .....	16
Tabel II.C.3: Tabel Cayley Modul Faktor $Z/M$ .....	26
Tabel II.C.5: Tabel Cayley $(Z_6, \times_6)$ .....	32