

# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang Masalah

Aljabar berasal dari bahasa Arab yaitu *al-jabr* yang berarti pertemuan, hubungan atau perampungan. Sedangkan secara istilah aljabar adalah cabang matematika yang dapat dicirikan sebagai generalisasi dan perpanjangan aritmatika. Aljabar juga bisa diartikan sebagai bentuk persamaan variabel dan konstan pada operasi hitung dan cara penggunaan bilangan dengan huruf dan simbol. Dan di dalam aljabar dipelajari struktur-struktur matematika diantaranya adalah grup, ring, modul dan aljabar max-plus. Salah satu struktur aljabar yang baru dan banyak dikaji pada dakade ini adalah aljabar max-plus.

Aljabar max-plus yang dinotasikan dengan  $(\mathbb{R}_{max}, \oplus, \otimes)$  dengan  $\mathbb{R}_{max}$  merupakan himpunan  $\mathbb{R} \cup \{-\infty\}$ ,  $\mathbb{R}$  adalah bilangan riil, dan operasi  $\oplus$  dan  $\otimes$  didefinisikan dengan  $a \oplus b \stackrel{\text{def}}{=} \max(a, b)$  dan  $a \otimes b \stackrel{\text{def}}{=} a + b$ . Aljabar max-plus merupakan salah satu contoh semi ring yang komutatif dan idempoten. Sistem persamaan linier dalam aljabar max-plus sering digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan nyata seperti koordinasi lampu lalu lintas pada persimpangan jalan.

Sistem persamaan linier dari aljabar max-plus dinotasikan dengan  $A \otimes x = b$ , dengan  $A$  adalah sebuah matriks dan  $x$  merupakan sebuah vektor yang sesuai dengan matriks  $A$ . Namun, ketika dalam menentukan elemen-elemen dari matriks  $A$  dan vektor  $b$  kurang tepat maka akan didapatkan sebuah

teori penyelesaian yang tidak berguna. Hal ini disebabkan oleh hasil yang tidak tepat sehingga jika digunakan atau diaplikasikan ke dalam kehidupan nyata maka banyak terdapat kesalahan. Hal tersebut dapat dilihat ketika sebuah sistem persamaan linier pada aljabar max-plus digunakan untuk menyelesaikan koordinasi lampu lalu lintas dimana elemen-elemen pada matriks  $A$  merupakan jumlah kendaraan yang akan menuju jalur ke- $j$  dari jalur- $i$ , sedangkan dalam realita jumlah kendaraan tidak selalu sama untuk setiap waktunya.

Sebuah metode yang mungkin dilakukan untuk memperbaiki penyelesaian persamaan liniernya adalah dengan menggantikan matriks  $A$  dan vektor  $b$  dengan sebuah matriks interval dan sebuah vektor interval. Matriks interval merupakan gabungan antara dua buah matriks dan vektor interval juga merupakan gabungan dari dua buah vektor. Matriks interval tersebut dinotasikan dengan  $A = [\underline{A}, \overline{A}]$  dengan  $\underline{A}, \overline{A} \in \mathbb{R}_{max}^{m \times n}$ ,  $\underline{A} \leq \overline{A}$ .  $\mathbb{R}_{max}^{m \times n}$  adalah sebuah matriks yang berukuran  $m \times n$  dengan elemen-elemen matriksnya adalah elemen  $\mathbb{R}_{max}$  dengan  $m, n \in \mathbb{N}$ , sedangkan vektor interval dinotasikan dengan  $b = [\underline{b}, \overline{b}]$  dengan  $\underline{b}, \overline{b} \in \mathbb{R}_{max}^n$ ,  $\underline{b} \leq \overline{b}$ .  $\mathbb{R}_{max}^n$  adalah sebuah vektor yang berukuran  $n$  dengan elemen-elemen vektornya adalah elemen  $\mathbb{R}_{max}$ . Setelah matriks  $A$  dan vektor  $b$  dalam sistem persamaan linier tersebut diganti dengan matriks interval  $A$  dan vektor interval  $b$  maka sistem persamaan liniernya disebut sistem interval dan dinotasikan dengan  $A \otimes x = b$ .

Dalam sistem interval terdapat konsep penyelesaian yang terdiri dari penyelesaian lemah, penyelesaian kuat dan penyelesaian toleran. Sebuah

sistem interval mempunyai penyelesaian lemah, jika sistem interval tersebut digunakan untuk menyelesaikan permasalahan sehari-hari maka masih mungkin terdapat kesalahan. Sistem intervalnya mempunyai penyelesaian yang kuat jika sudah tidak terdapat kesalahan dalam aplikasinya. Dan sistem intervalnya mempunyai penyelesaian toleran, apabila diaplikasikan kedalam kehidupan nyata kemungkinan terdapat kesalahannya sudah minim sekali.

Sistem persamaan linier pada aljabar max-plus sering digunakan untuk menyelesaikan permasalahan sehari-hari. Diantaranya adalah untuk menyelesaikan koordinasi lampu lalu lintas pada persimpangan jalan. Namun, elemen-elemen pada matriks  $A$  merupakan jumlah kendaraan yang akan menuju jalur ke- $j$  dari jalur- $i$ , sedangkan dalam realita jumlah kendaraan tidak selalu sama untuk setiap waktunya. Maka metode yang mungkin dilakukan untuk memeperbaikinya adalah dengan mengganti sistem persamaan liniernya menjadi sebuah sistem interval. Akan tetapi di dalam sistem interval pada aljabar max-plus terdapat beberapa penyelesaian. Lalu bagaimana menentukan strategi penyelesaian untuk sistem interval pada aljabar max-plus? Oleh karena itu, atas dasar inilah peneliti ingin mempelajari lebih lanjut tentang jenis-jenis penyelesaian untuk sistem interval pada aljabar max-plus lebih khususnya tentang strategi penyelesaian untuk sistem interval pada aljabar max-plus.

## **B. Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah dipaparkan di atas, maka permasalahan dalam penelitian ini adalah bagaimana menentukan strategi penyelesaian untuk sistem interval pada aljabar max-plus?

## **C. Tujuan Penelitian**

Tujuan dilakukannya penelitian ini adalah menentukan strategi penyelesaian untuk sistem interval pada aljabar max-plus.

## **D. Manfaat Penelitian**

Adapun manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah;

1. Menemukan strategi untuk menentukan penyelesaian pada sistem interval dalam aljabar max-plus.
2. Memberikan bahan masukan bagi para peneliti yang akan melakukan penelitian tentang pengaplikasian sistem interval pada aljabar max-plus.