

## BAB II

### KAJIAN TEORITIK

#### A. Deskripsi Konseptual

Dalam deskripsi konseptual yang akan disampaikan dan dibahas adalah sebagai berikut :

##### 1. Kemampuan Penalaran Matematis

Suriasumantri (dalam Purwanto, 2015) menyatakan bahwa kemampuan penalaran (berpikir logis) yaitu kemampuan menemukan suatu kebenaran berdasarkan aturan, pola atau logika tertentu. Hal senada juga disebutkan oleh beberapa pakar, pengertian penalaran juga dikemukakan oleh pakar lainnya (Albrecht, 1984, Minderovic, 2001, Ioveureyes, 2008, Sonias, 2011, Strydom, 2000, dan Saryasumantri, 1996) (dalam Sumarmo, 2012). Penalaran atau berfikir runtun didefinisikan sebagai: proses mencapai kesimpulan menggunakan penalaran secara konsisten (Albrecht, 1984), berfikir sebab akibat (Strydom, 2000), berfikir menurut pola tertentu atau aturan inferensi logis atau prinsip-prinsip logika untuk memperoleh kesimpulan (Saryasumantri, 1996, Mindervic, 2001, Spoinas, 2011) (Sumarmo, 2012), dan berfikir yang meliputi induksi, deduksi, analisis, dan sintesis (Iovereyes, 2008) (dalam Sumarmo, 2012). Sehingga dapat disimpulkan bahwa kemampuan penalaran merupakan kemampuan untuk mengambil kesimpulan atau menemukan suatu kebenaran berdasarkan pola atau logika dan aturan tertentu secara konsisten.

Menurut Sumarmo *et al.*, (2012:19), kemampuan penalaran meliputi kemampuan : 1) Menarik kesimpulan atau membuat, perkiraan dan interpretasi berdasarkan proporsi yang sesuai. 2) Menarik kesimpulan atau membuat perkiraan dan prediksi berdasarkan peluang. 3) Menarik kesimpulan atau membuat perkiraan atau prediksi berdasarkan korelasi antara dua variabel. 4) Menetapkan kombinasi beberapa variabel. 5) Analogi adalah menarik kesimpulan berdasarkan keserupaan dua proses. 6) Melakukan pembuktian. 7) Menyusun analisa dan sintesa beberapa kasus.

Kemampuan ini perlu dikembangkan dalam pembelajaran matematika, karena dapat membantu individu dalam bentuk aktivitas-aktivitas untuk meningkatkan pemahaman konsep matematika. Kemampuan penalaran dibutuhkan oleh individu, pada saat beraktivitas dalam mengambil keputusan, menarik kesimpulan, dan melakukan pemecahan masalah (Septiati, 2016). Bentuk aktivitas yang dilakukan dapat berkaitan dengan masalah matematis maupun masalah yang ditemukan dalam kehidupan sehari-hari. Aktivitas lain yang dilakukan individu dalam penalaran adalah ketika menjelaskan mengapa dan bagaimana suatu hasil diperoleh, bagaimana cara menarik kesimpulan dari premis yang tersedia, dan menarik kesimpulan berdasarkan aturan inferensi tertentu. Bentuk aktivitas yang lebih luas dari kemampuan penalaran adalah menyelesaikan masalah secara masuk akal.

Sumarmo (dalam Septiati, 2016) merinci indikator penalaran atau kemampuan penalaran matematik sebagai berikut: a) menarik kesimpulan analogi, generalisasi, dan menyusun konjektur, b) menarik kesimpulan logis

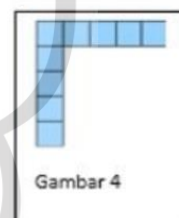
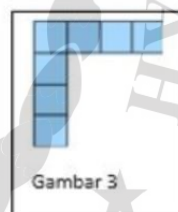
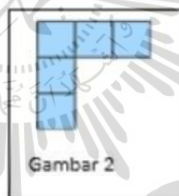
berdasarkan aturan inferensi, memeriksa validitas argumen, dan menyusun argumen yang valid, c) menyusun pembuktian langsung, tak langsung, dan induksi matematik.

Adapun contoh soal penalaran dalam materi barisan dan deret yang sesuai dengan indikator yang disebutkan oleh Sumarmo adalah sebagai berikut :

Indikator 1) menarik kesimpulan analogi, generalisasi, dan menyusun konjektur.

Contoh Soal

➤ Perhatikan gambar berikut!



- 1) Dapatkah kamu menentukan banyaknya persegi pada setiap gambar di atas?
- 2) Dapatkah kamu menentukan pola yang terbentuk?
- 3) Banyaknya persegi pada pola ke-30 adalah....
- 4) Banyaknya persegi pada pola ke-n adalah....
- 5) Apa yang dapat kamu ketahui dari permasalahan di atas?

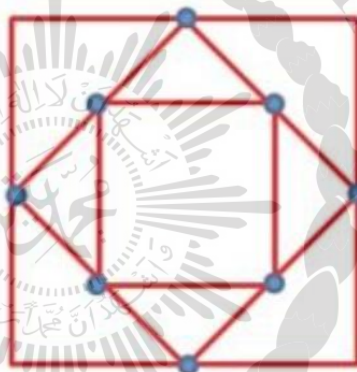
Dari soal di atas, siswa diharapkan dapat menggeneralisasi soal tersebut, dan dapat menyimpulkan bagaimana pola itu terbentuk, menyusun

kesimpulan berdasarkan jawaban atau pernyataan yang telah siswa buat dari soal tersebut. Kesimpulan yang dimaksud dalam soal diatas adalah apakah gambar tersebut menandakan pola barisan ataukah pola deret.

Indikator 2) menarik kesimpulan logis berdasarkan aturan inferensi, memeriksa validitas argumen, dan menyusun argumen yang valid.

#### Contoh Soal

➤ Perhatikan gambar berikut!



**Gambar 5**

Diberikan suatu persegi dengan sisi 8 cm, melalui tiap tengah persegi dibuat lagi, kemudian proses tersebut sampai ke-5.

- 1) Dapatkah kamu menentukan pola luas persegi yang terbentuk. Kemudian tuliskan konsep matematika apa yang terbentuk dari pola tersebut? Jelaskan!
- 2) Coba kamu tentukan luas persegi pola ke-5

Berdasarkan ilustrasi dan paparan diatas, dapatkan kamu menentukan rumus luas persegi ke-n

Dari contoh soal diatas, siswa diharapkan dapat memberi kesimpulan logis berdasarkan perhitungan yang tepat. Dari soal tersebut menuntut siswa untuk lebih memahami soal agar siswa dapat memberikan penjelasan dari konsep matematis secara tepat. Kemudian siswa juga dituntut untuk dapat mengkaitkan konsep matematis ke dalam ilustrasi yang telah disediakan.

Indikator 3) menyusun pembuktian langsung, tak langsung, dan induksi matematik.

#### Contoh Soal

- Umur Ana, Ani, dan Eno membentuk suatu deret aritmatika dengan jumlah 12 tahun. Jika umur Eno ditambah 2 tahun maka akan memperoleh suatu bilangan deret geometri. Tentukan umur Ana, Ani dan hasil kali umur mereka semua!

Dari soal di atas, siswa diharapkan mampu melakukan pembuktian langsung maupun tak langsung, dengan menganalisa hal-hal apa saja yang diketahui dan bagaimana cara menentukan proses untuk menemukan jawabanya.

## 2. Prestasi Belajar

Belajar adalah suatu proses kompleks yang terjadi pada semua orang yang berlangsung seumur hidup. Karena kompleksnya masalah belajar,

banyak sekali teori yang menjelaskan bagaimana proses belajar itu terjadi. Siagian (2015) belajar merupakan perubahan yang terjadi pada individu sebagai hasil dari pengalaman dan usaha dalam interaksi dengan lingkungannya. Interaksi yang dimaksud tidak lain adalah interaksi edukatif yang memungkinkan terjadinya interaksi proses belajar mengajar. Belajar yang dilaksanakan oleh siswa diharapkan dapat mengembangkan prestasi belajar tersebut, karena prestasi merupakan tolak ukur pencapaian aspek-aspek yang bersifat kognitif, afektif dan psikomotorik. Salah satu tolak ukur yang digunakan adalah prestasi belajar yang mengacu pada pencapaian taksonomi pendidikan yang mencakup aspek kognitif, afektif, dan psikomotorik.

Thaib (2013) berpendapat bahwa prestasi belajar merupakan hasil kegiatan belajar, yaitu sejauh mana siswa dapat menguasai bahan pelajaran yang diajarkan, diikuti oleh munculnya perasaan puas bahwa ia telah melakukan sesuatu sesuai dengan kemampuannya. Sejalan dengan pendapat Arifin (dalam Sappaile, 2007) prestasi belajar merupakan suatu istilah yang digunakan untuk menunjuk suatu keberhasilan yang dicapai seseorang setelah melakukan suatu usaha. Prestasi belajar juga memiliki arti hasil yang telah dicapai, dilakukan atau dikerjakan oleh seseorang. Hal ini berarti juga prestasi belajar hanya bisa diketahui jika telah dilakukan penilaian terhadap hasil belajar siswa. Penilaian terhadap prestasi belajar memiliki tujuan sejauh mana proses pembelajaran yang telah berjalan secara efektif. Sejalan dengan pendapat Ampa (2019) *“For students, by knowing the results of learning,*

*students can assess whether the way of learning is effective to achieve the results and improve it in the future. Learning achievement inform students about the outcomes of learning. High learning achievement will satisfy them and further motivate them to improve for the better. For the lecturers, by knowing the results of students' learning achievement, they can know the effectiveness of teaching. Learning achievement informs whether or not the learning objectives have been achieved through the learning process."* Dari uraian diatas dapat diartikan prestasi belajar dapat diketahui dengan melihat secara nyata yang berupa nilai atau skor yang didapatkan oleh siswa setelah selesai mengerjakan suatu tes sehingga hasil tes tersebut dapat mempengaruhi keefektifan pembelajaran yang diberikan oleh guru.

Bila dikaitkan dengan matematika, maka prestasi belajar matematika merupakan hasil belajar yang dicapai oleh siswa setelah mengikuti proses belajar mengajar dalam selang waktu tertentu. Bilamana siswa telah menguasai materi pelajaran matematika maka akan terjadi perubahan tingkah laku. Perubahan tingkah laku inilah yang merupakan tujuan pengajaran matematika dalam arti siswa telah memiliki pengetahuan tentang matematika.

Berdasarkan uraian tersebut, maka yang dimaksud dengan prestasi belajar matematika dalam penelitian ini adalah hasil belajar siswa dalam mata pelajaran matematika dengan materi yang diajarkan yang diperoleh dengan menggunakan tes prestasi belajar. Tes prestasi belajar yang dimaksud dalam penelitian ini adalah tes kemampuan penalaran yang sesuai dengan indikator kemampuan penalaran tersebut.

### 3. Materi

Barisan dan deret merupakan materi dalam matematika yang diajarkan pada Sekolah Menengah Atas (SMA) kelas XI dan dapat diimplementasikan pada kehidupan sehari-hari. Berikut soal tes kemampuan penalaran dengan materi barisan dan deret yang disesuaikan dengan indikator penalaran matematis menurut Sumarmo :

Indikator	Soal
1. Menarik kesimpulan analogi, generalisasi, dan menyusun konjektur	1. Tentukan rumus suku ke- $n$ dari pola bilangan 6, 12, 20, 30, 42, .... Dan carilah suku ke-2020 dengan menggunakan rumus anda ! 2. Mengapa 1, 3, 5, 7, 9 disebut barisan aritmatika dan 1, 2, 4, 8, 16 disebut barisan geometri?
2. Menarik kesimpulan logis berdasarkan aturan inferensi, memeriksa validitas argumen, dan menyusun argumen yang valid	1. Dalam sebuah bioskop terdapat 30 baris kursi, baris ke dua berjumlah 5 kursi dan baris kelima berjumlah 14 kursi. Apakah benar kursi bioskop tersebut berjumlah kurang dari 700 dan berikan alasannya! 2. Apakah benar jika seutas tali yang panjangnya mula-mula 610 cm dibagi menjadi 5 bagian, maka tali yang paling pendek 10 cm dan tali yang panjang 160 cm ?
3. Menyusun pembuktian langsung, tak langsung, dan induksi matematik.	1. Dalam sebuah penelitian, peneliti mengambil sampel bakteri dari sebuah kolam ikan yang kemudian dibawa ke laboratorium untuk diteliti. Pada saat dilakukan penelitian pada detik ke 4042 terdapat 780 bakteri dan pada penelitian kedua pada detik ke 6036 menjadi 1141 bakteri, Berapakah kali lipat bakteri berkembang biak dan berapakah jumlah bakteri pada detik ke 2012 ? 2. Umur Ana, Ani, dan Eno membentuk

	<p>suatu deret aritmatika dengan jumlah 12 tahun. Jika umur Eno ditambah 2 tahun maka akan memperoleh suatu bilangan deret geometri. Tentukan umur dan hasil kali umur mereka semua!</p>
--	--

**Tabel 1. Indikator dan Soal Tes Kemampuan Penalaran Matematis**

## B. Penelitian Relevan

Suhendri (2011), pada penelitiannya yang dilakukan di SMK Amaliyah, SMK Teladan, dan SMK Darussalam, Jakarta Selatan, menunjukkan bahwa prestasi matematika dipengaruhi oleh faktor kecerdasan matematis-logis sebesar 30.25% . Dari hasil penelitian yang dilakukan oleh Suhendri dapat disimpulkan bahwa kemampuan penalaran mempengaruhi prestasi belajar matematika siswa.

Penelitian yang dilakukan oleh Sappaile (2007) pada hubungan kemampuan penalaran matematis siswa dengan prestasi belajar. Skor rata-rata kemampuan penalaran dalam matematika dari 164 siswa adalah 20,69 dari 29 atau 71%, maka dapat disimpulkan bahwa kemampuan penalaran dalam matematika siswa termasuk dalam kategori “sedang”. Hal ini mengindikasikan bahwa dari 164 siswa tersebut telah memiliki penalaran yang cukup mengenai: kemampuan untuk mentransformasikan bagian-bagian masalah dari suatu bentuk ke bentuk yang lain, kemampuan untuk membaca dan menafsirkan masalah matematika, kemampuan untuk memecahkan masalah rutin, kemampuan untuk melakukan perbandingan, kemampuan untuk menganalisis data, kemampuan untuk mengenal pola, isoforfisme dan simetri, kemampuan untuk memecahkan masalah yang tidak

rutin, kemampuan untuk menemukan hubungan, dan kemampuan untuk merumuskan dan mensahihkan generalisasi.

Dalam penelitian tersebut, data yang diperoleh disajikan dalam bentuk prosentase (data kuantitatif), dan penelitian yang akan dilakukan adalah penelitian kualitatif, namun indikator kemampuan penalaran yang akan dikaji berbeda dengan penelitian tersebut. Indikator yang akan dikaji dalam penelitian ini meliputi : a) menarik kesimpulan analogi, generalisasi, dan menyusun konjektur, b) menarik kesimpulan logis berdasarkan aturan inferensi, memeriksa validitas argumen, dan menyusun argumen yang valid, c) menyusun pembuktian langsung, tak langsung, dan induksi matematik.

### **C. Kerangka Pikir**

Penalaran merupakan suatu proses atau aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan berpikir dalam rangka membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasar pada beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya. Memiliki kemampuan penalaran yang baik akan mempermudah siswa dalam mempelajari konsep matematis sehingga dapat dengan mudah menyelesaikan masalah yang ada yang berkaitan dengan matematis. Selain itu, kemampuan penalaran adalah kemampuan yang harus dimiliki oleh setiap siswa untuk menghadapi permasalahan-permasalahan matematis. Kemampuan penalaran menjadi unsur penting bagi siswa selain untuk mempermudah dalam mempelajari konsep matematis, juga penting dimiliki untuk dapat meningkatkan prestasi belajar. Prestasi belajar yang dicapai oleh siswa

menandakan siswa tersebut sudah menguasai atau belum materi yang telah diajarkan oleh guru.

Kemampuan penalaran siswa dapat tercapai apabila siswa memenuhi indikator-indikator kemampuan penalaran. Indikator-indikator kemampuan penalaran matematis meliputi : a) menarik kesimpulan analogi, generalisasi, dan menyusun konjektur, b) menarik kesimpulan logis berdasarkan aturan inferensi, memeriksa validitas argumen, dan menyusun argumen yang valid, c) menyusun pembuktian langsung, tak langsung, dan induksi matematik.

Kemampuan penalaran dapat diketahui dari prestasi belajar siswa. Prestasi belajar dapat memberikan gambaran terkait kemampuan penalaran siswa dan tingkat penguasaan materi matematika yang didapatkan. Dengan menggunakan tes kemampuan penalaran siswa, dapat diketahui seberapa tinggi tingkat kemampuan siswa yang dimiliki dan bagaimana prestasi belajar yang didapatkan untuk mengetahui tingkat penguasaan materi yang didapatkan oleh siswa. Oleh karena itu, siswa diberikan soal tes kemampuan penalaran guna mengetahui gambaran kemampuan penalaran yang dimiliki siswa dan seberapa tinggi prestasi belajar yang didapatkan oleh siswa.