

## BAB II

### KAJIAN TEORITIK

#### A. Deskripsi Konseptual

##### 1. Kemampuan Penalaran Matematis

Penalaran menjadi bagian yang tidak dapat dipisahkan dalam matematika karena pada umumnya penalaran merupakan suatu keterampilan dasar dalam matematika. Penalaran matematis dapat dikatakan sebagai proses berpikir dalam menarik argumen dengan pengetahuan sebelumnya untuk mengembangkan konsep pemahaman baru. Menurut Agoestanto *et al.* (2018) penalaran matematis adalah suatu proses yang memungkinkan siswa meninjau dan membangun kembali pengetahuan sebelumnya untuk membangun argumen baru.

Menurut Sudia dan Lambertus (2017) penalaran matematis adalah kemampuan siswa dalam menarik suatu kesimpulan logis melalui proses berpikir baik itu dilakukan secara umum ke khusus atau sebaliknya. Penalaran matematis adalah proses berpikir siswa dalam menarik suatu kesimpulan yang berdasarkan atas beberapa argumen yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya. Penalaran matematis adalah tahapan berpikir matematik tingkat tinggi yang mencakup kapasitas berpikir secara logis dan sistematis. Adapun ciri-ciri dari penalaran matematis adalah sebagai berikut:

- a. Adanya suatu pola berpikir logis, yang merupakan kegiatan berpikir menurut pola, alur dan kerangka tertentu.

- b. Proses dalam berpikir bersifat analitik, merupakan konsekuensi dari adanya pola pikir analisis-analisis berdasarkan langkah-langkah tertentu.

Penalaran matematis memiliki lingkup yang sangat luas, dimana siswa dapat mengeksplor ide-ide atau gagasan, membuat argumen baru, serta memperkirakan solusi dalam pemecahan masalah. Kusumawardani *et al.* (2018) menyatakan bahwa penalaran matematis merupakan suatu penalaran pada objek matematika yang digunakan untuk menarik kesimpulan atau membuat pernyataan baru yang sesuai dengan fakta yang kebenarannya telah dibuktikan sebelumnya. Penalaran matematis pada dasarnya tidak hanya sekedar menghafal fakta, aturan, prosedur penyelesaian masalah tetapi lebih dari itu, siswa dapat menggunakan penalarannya untuk menarik kesimpulan dan pengalamannya sehingga memperoleh pemahaman yang bermakna.

Penalaran memiliki peran penting dalam pembelajaran matematika, karena pada prosesnya matematika menuntut siswa agar dapat terbiasa untuk menggunakan penalarannya dalam menemukan suatu data atau informasi pada saat proses belajar dan kemudian siswa dapat menyelesaikan suatu permasalahan. Hidayat *et al.* (2017) berpendapat bahwa penalaran digunakan untuk memahami masalah, membangun model matematika, menyelesaikan model, serta menafsirkan solusi yang diperoleh. Penalaran matematika diperlukan untuk menentukan apakah sebuah argumen matematika benar atau salah dan dipakai dalam membangun suatu argumen matematika.

Pentingnya penalaran matematis juga diutarakan oleh Pengmanee (2016) yang menyatakan bahwa penalaran matematis mengacu pada kemampuan

menganalisis situasi matematika dan membangun argumen logis, beliau menambahkan bahwa dalam matematika siswa dapat mengevaluasi situasi, memilih strategi penyelesaian masalah, menarik kesimpulan yang logis, mengembangkan dan menggambarkan solusi, mengenali bagaimana solusi tersebut dapat diterapkan, serta dapat merefleksi solusi masalah dan menentukan apakah hal tersebut masuk akal atau tidak. Melalui penalaran matematis diharapkan dapat melatih cara berpikir siswa dalam bernalar, menarik kesimpulan, mengembangkan kemampuan memecahkan masalah, serta mengembangkan kemampuan siswa dalam menyampaikan informasi.

Berdasarkan pendapat di atas dapat dikatakan bahwa penalaran matematis merupakan unsur yang penting dalam matematika, serta dapat dipahami bahwa matematika itu bermakna, serta merupakan suatu hal logis dan sistematis yang dilakukan dengan menghubungkan informasi yang diketahui terhadap suatu kesimpulan yang benar dan masuk akal. Penalaran matematika digunakan untuk menentukan apakah sebuah argumen matematika itu bernilai benar atau salah dan digunakan untuk membuat suatu argumen matematika. Menurut Dirjen Dikdasmen (2017) tentang Panduan Penilaian oleh Pendidik dan Satuan Pendidikan untuk Sekolah Menengah Pertama terdapat indikator dari kemampuan penalaran matematis sebagai hasil belajar matematika yaitu sebagai berikut:

- a. Kemampuan mengajukan dugaan
- b. Kemampuan memanipulasi matematika

- c. Kemampuan menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberi alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi
- d. Kemampuan menarik kesimpulan dari pernyataan
- e. Kemampuan memeriksa kesahihan suatu argumen
- f. Kemampuan menemukan pola atau sifat dari gejala matematika untuk membuka generalisasi.

Indikator kemampuan penalaran matematis yang dinyatakan oleh TIM PPPG Matematika (Damayanti, 2012) yaitu sebagai berikut:

- a. Mengajukan dugaan
- b. Melakukan manipulasi matematik
- c. Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi
- d. Menarik kesimpulan dari pernyataan
- e. Memeriksa kesahihan suatu argumen
- f. Menentukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Sedangkan menurut Agoestanto *et al.* (2018) beberapa indikator dalam penalaran matematis yaitu sebagai berikut:

- a. Kemampuan menemukan pola dari fenomena matematika untuk menggeneralisasi
- b. Kemampuan untuk mengajukan dugaan
- c. Kemampuan untuk mengatur bukti, memberi alasan atau bukti kebenaran solusi

- d. Kemampuan untuk melakukan manipulasi matematika
- e. Kemampuan untuk membuat kesimpulan dari pernyataan
- f. Kemampuan untuk memeriksa validitas argumen.

Menurut Subanidro (2012) penalaran matematis merupakan kemampuan yang menghubungkan antara ide, gagasan atau objek matematika, dalam membuat, menyelidiki dan mengevaluasi dugaan matematika, dan mengembangkan argumen serta bukti matematika untuk meyakinkan diri dan orang lain bahwa dugaan yang dikemukakan bernilai benar dan dapat dibuktikan. Hidayat (2017) berpendapat bahwa melalui kegiatan bernalar siswa dapat terbiasa berpikir logis, kritis, analitis, serta sistematis dalam menghadapi masalah, sehingga siswa dapat menyelesaikannya dengan menentukan solusi yang tepat dalam permasalahan tersebut, sehingga dapat dikatakan bahwa penalaran sebagai kemampuan untuk berpikir secara logis dalam menarik kesimpulan melalui fakta. Penalaran matematik mengacu pada kemampuan untuk merumuskan dan menilai masalah matematika yang diberikan dan menjelaskan solusi atau argumen.

Berdasarkan beberapa definisi penalaran matematis di atas maka peneliti menyimpulkan bahwa, penalaran matematis adalah kemampuan yang dimiliki individu dalam menarik suatu argumen atau kesimpulan yang logis melalui proses berpikir untuk dapat memahami masalah, menganalisis, menafsirkan dan menyelesaikan permasalahan yang diperoleh. Adapun indikator kemampuan penalaran matematis yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

- 1) Kemampuan mengajukan dugaan.

Kemampuan mengajukan dugaan artinya kemampuan siswa dalam merumuskan berbagai kemungkinan pemecahan masalah yang sesuai dengan pengetahuan yang dimilikinya.

2) Kemampuan melakukan manipulasi matematika.

Kemampuan manipulasi matematika artinya kemampuan siswa dalam mengerjakan atau menyelesaikan suatu permasalahan dengan menggunakan cara atau melakukan proses rekayasa matematika untuk memudahkan suatu perhitungan dalam memperoleh hasil, sehingga tercapai tujuan yang dikehendaki.

3) Kemampuan menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan terhadap suatu solusi.

Kemampuan siswa dalam proses menarik kesimpulan, menyusun bukti dan memberikan alasan terhadap kebenaran suatu solusi melalui sebuah penyelidikan. Disusun dalam suatu pernyataan sehingga terbentuk dalam satu kalimat singkat, padat, dan jelas yang disebut sebagai kesimpulan.

4) Kemampuan memeriksa kesahihan suatu argumen.

Kemampuan memeriksa kesahihan suatu argumen merupakan kemampuan yang menghendaki siswa agar mampu menyelidiki tentang kebenaran dari suatu pertanyaan yang ada.

5) Kemampuan menemukan pola atau sifat dari gejala matematika untuk menggeneralisasikan.

Kemampuan menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi artinya kemampuan siswa dalam menemukan pola atau

cara dari suatu pertanyaan yang ada sehingga dapat mengembangkannya kedalam kalimat matematika.

## 2. Gaya Kognitif

Setiap individu pada dasarnya memiliki suatu karakteristik yang khas dan berbeda-beda dengan individu lainnya. Perbedaan karakteristik tersebut dikenal dengan gaya kognitif, dimana dari setiap individu memiliki perbedaan dalam merespon, menanggapi dan mengolah informasi. Menurut Purnomo *et al.* (2015) gaya kognitif merupakan proses manajemen diri terhadap situasi untuk mengorganisasikan dan mengatur, menerima dan menyebarkan informasi yang menentukan sikap dan perilaku siswa. Individu dengan gaya kognitif yang berbeda memungkinkan memiliki perbedaan tingkat kemampuan atau kecakapan yang lebih besar. Individu yang memiliki gaya kognitif berbeda, maka cara menyelesaikan suatu permasalahan juga berbeda.

Gaya kognitif biasanya digambarkan sebagai dimensi kepribadian yang stabil dan mempengaruhi sikap, nilai, dan interaksi sosial. Gaya kognitif lebih mengacu pada karakteristik individu yang khas dalam merespon atau menanggapi suatu informasi (Masriyah dan Hanifah, 2016). Menurut Nuralam (2014) gaya kognitif berhubungan dengan karakteristik seseorang dalam menerima dan mengolah informasi, beliau juga menambahkan bahwa pendekatan pembelajaran matematika cukup penting dalam perolehan hasil belajar matematika yang optimal dengan memperhatikan gaya kognitif siswa.

Melalui gaya kognitif ini individu memiliki cara yang berbeda dalam menerima maupun mengolah informasi yang diperolehnya.

Gaya kognitif merupakan suatu cara yang konsisten yang dilakukan oleh siswa dalam menangkap *stimulus* atau informasi, cara mengingat, berpikir dan memecahkan permasalahan (Ikhlas, 2018). Dengan kata lain siswa memiliki cara yang relatif tetap dalam mengolah suatu informasi, berpikir dan mengingat.

Menurut Desmita (2011) gaya kognitif merupakan karakteristik individu dalam memanfaatkan fungsi kognitif yang meliputi berpikir, mengingat, memecahkan masalah, membuat keputusan, dan memproses informasi yang sifat *relative* tetap dan berlangsung lama. Desmita menyatakan bahwa gaya (*style*) berbeda dengan kemampuan (*ability*). Gaya mengarah pada proses kognisi yang terkait dengan bagaimana isi informasi itu diproses, sedangkan kemampuan mengarah pada isi dari kognisi yang menyatakan informasi apa saja yang telah diproses.

Senada dengan Jane (2013) berpendapat bahwa gaya mengacu pada kognisi, kognisi adalah tindakan atau proses pengetahuan dan kumpulan proses mental yang mencakup kesadaran, persepsi, penalaran, dan penilaian. Berdasarkan definisi yang telah diuraikan di atas, peneliti dapat menyimpulkan bahwa gaya kognitif adalah suatu cara individu dalam menerima, mengolah, berpikir, menyusun, dan memproses suatu informasi untuk memecahkan masalah.

### **3. Gaya Kognitif sistematis dan Intuitif**

Gaya kognitif sistematis dan intuitif merupakan gaya kognitif yang digolongkan berdasarkan cara mengevaluasi informasi dan memilih strategi dalam menyelesaikan masalah. Menurut Jena (2013) terdapat beberapa dimensi gaya kognitif yang diantaranya yaitu gaya kognitif sistematis dan gaya kognitif intuitif. Gaya kognitif sistematis berkaitan dengan perilaku individu yang logis dan rasional dengan menggunakan pendekatan *step-by-step* yang didefinisikan dengan baik untuk berpikir, belajar, dan merencanakan secara keseluruhan dalam memecahkan masalah, sedangkan gaya kognitif intuitif berkaitan dengan perilaku individu yang menggunakan urutan langkah analitis yang tidak dapat diprediksi saat menyelesaikan masalah, bergantung pada pola pengalaman, dan mengeksplorasi dan meninggalkan alternatif dengan cepat.

Fitriyah (2017) mengatakan bahwa gaya kognitif sistematis dan intuitif merupakan tipe gaya kognitif yang digolongkan berdasarkan cara mengevaluasi informasi dan memilih strategi dalam penyelesaian masalah. Kedua gaya kognitif tersebut berpengaruh terhadap aktifitas berpikir, cara memahami dan pengambilan keputusan. Perbedaan mendasar dari gaya kognitif sistematis dan gaya kognitif intuitif juga dikemukakan oleh Martin, dimana siswa dengan gaya kognitif sistematis selalu menggunakan langkah-langkah yang terurut saat memecahkan masalah, serta mencari pendekatan metode secara menyeluruh sebelum menentukan solusi penyelesaian masalah, sedangkan siswa dengan gaya kognitif sistematis intuitif cenderung menggunakan langkah-langkah yang tidak dapat diprediksi saat memecahkan masalah dan menentukan solusi penyelesaian berdasarkan pengalaman yang dimiliki siswa (Martin: 1998).

Sadiyah (2018) mengatakan bahwa terdapat perbedaan yang mencolok antara gaya kognitif sistematis dan intuitif dimana gaya kognitif sistematis merupakan proses berpikir seseorang dalam memilih strategi penyelesaian masalah secara sistematis (berurutan), Sedangkan bergaya kognitif intuitif lebih cenderung menyelesaikan masalah secara singkat (tidak berurutan).

Keen (Fitriyah: 2017) mengemukakan bahwa individu dengan gaya kognitif sistematis memiliki ciri-ciri sangat metodologis, responnya terhadap masalah secara eksplisit menunjukkan bagaimana strateginya dalam menyelesaikan masalah. Individu dengan gaya kognitif sistematis ini cenderung menganalisis dan memaknai masalah serta membuat perencanaan yang matang terlebih dahulu sebelum memulai proses penyelesaiannya untuk menghindari pengulangan langkah penyelesaian masalah sehingga mereka terkesan sangat berhati-hati. Individu yang memiliki gaya kognitif sistematis terbiasa menyelesaikan masalah *step-by-step*, menyelesaikan setiap langkah sebelum melanjutkan pada langkah berikutnya. Berbeda dengan gaya kognitif intuitif, individu yang bergaya kognitif intuitif cenderung melihat masalah secara global, melakukan penyelesaian masalah secara tidak terurut, sering melompat dari satu langkah pada analisis atau pengumpulan informasi kelangkah yang lain dan kemudian kembali lagi pada langkah awal.

Tabel 2.1  
Karakteristik Gaya Kognitif Sistematis dan Intuitif

<b>Sistematis</b>	<b>Intuitif</b>
Mencari metode pendekatan dan pemecahan masalah	Memperhatikan keseluruhan masalah
Menentukan jawaban berdasarkan suatu	Mempercayai petunjuk atas

metode atau strategi perencanaan	perasaan
Berpikir secara divergen	Berpikir secara konvergen
Melakukan tahapan berpikir dan mengerjakan secara teratur	Melakukan tahapan berpikir dan mengerjakan secara acak
Segera menghilangkan alternatif yang tidak sesuai	Sering merumuskan masalah kembali

Sumber : Fitriyah (2017)

Berdasarkan keterangan di atas, maka dapat disimpulkan bahwa karakteristik siswa bergaya kognitif sistematis sangat berhati-hati dan bekerja sistematis (berurutan) dengan data atau informasi untuk memecahkan masalah, sedangkan siswa yang bergaya kognitif intuitif melakukan hal-hal yang tidak terduga baik dalam berpikir atau menyelesaikan masalah. Siswa yang bergaya kognitif intuitif juga sering melihat suatu permasalahan secara global, cenderung menggunakan kemampuan visualnya, mengikuti perasaan dan spontan.

## B. Penelitian Yang Relevan

Beberapa penelitian yang relevan dengan penelitian ini yaitu penelitian yang dilakukan oleh Nurmanita dan Surya (2017) menyimpulkan bahwa kemampuan penalaran dan matematika tidak dapat dipisahkan satu sama lain karena dalam menyelesaikan permasalahan matematika memerlukan penalaran sedangkan kemampuan penalaran dapat dilatih dengan belajar matematika. Melalui penalaran, siswa diharapkan dapat melihat bahwa matematika merupakan kajian yang masuk akal atau logis.

Penelitian yang dilakukan oleh Fitriyah (2017) pada siswa kelas VIII di SMP N 8 Surabaya, bertujuan untuk mendeskripsikan penalaran proporsional siswa bergaya kognitif sistematis dan intuitif dalam menyelesaikan masalah

perbandingan. Hasil dari penelitian tersebut menjelaskan bahwa siswa dengan gaya kognitif sistematis pada tahap memahami masalah yaitu: siswa menyebutkan kuantitas-kuantitas yang berubah atau tidak berubah dalam masalah dengan benar dengan cara membaca dan memahami kembali masalah tersebut, Pada tahap merencanakan penyelesaian siswa mengidentifikasi hubungan multiplikatif antar kuantitas dengan cara mengumpulkan informasi terlebih dahulu dan memilih strategi dan konsep yang sesuai dengan masalah perbandingan, pada tahap melakukan rencana penyelesaian siswa menggunakan strategi berdasarkan konsep multiplikatif dalam menyelesaikan masalah dengan langkah-langkah penyelesaian yang benar dan berurutan, berpikir divergen, menunjukkan rasio yang terkandung dalam masalah dengan benar dengan cara membaca dan memahami kembali masalah tersebut. Hal ini sesuai dengan karakteristik gaya kognitif sistematis yaitu berhati-hati dalam melaksanakan suatu hal.

Siswa dengan gaya kognitif intuitif pada tahap memahami masalah, siswa menyebutkan kuantitas yang berubah atau tidak berubah dalam masalah dengan benar tanpa membaca kembali masalah yang dipahaminya, pada tahap merencanakan penyelesaian siswa mengidentifikasi hubungan multiplikatif dengan cara memilih strategi dan konsep yang sesuai dengan masalah, pada tahap melakukan rencana penyelesaian siswa menggunakan strategi berdasarkan konsep multiplikatif dalam menyelesaikan masalah dengan langkah-langkah penyelesaian yang benar dan singkat serta kurang berurutan, berpikir konvergen. Pada tahap melihat kembali penyelesaian siswa meyakini kebenaran jawabannya

berdasarkan perasaannya tanpa melihat kembali jawabannya, siswa membuktikan kebenaran penyelesaiannya dengan melihat hasilnya saja, siswa kurang teliti memahami masalah sehingga jawaban yang diperolehnya benar tetapi kurang tepat. Hal ini sesuai dengan karakteristik siswa bergaya kognitif intuitif yaitu cenderung mengikuti perasaan dan pengalaman sebelumnya dalam menyelesaikan masalah.

Berdasarkan penelitian yang tersebut relevan dengan penelitian yang akan dilakukan. Persamaan dari penelitian di atas adalah menggunakan variabel yang ditinjau dari gaya kognitif sistematis dan intuitif. Perbedaan dari penelitian di atas adalah tempat penelitian, materi yang digunakan, jumlah siswa, indikator yang digunakan, tahapan yang digunakan, dalam penelitian Fitriyah menggunakan tahapan polya dan proses pengambilan data, karena proses pengambilan data dalam penelitian yang peneliti lakukan adalah secara online. Oleh sebab itu peneliti akan mendeskripsikan kemampuan penalaran matematis ditinjau dari gaya kognitif sistematis dan intuitif.

### **C. Kerangka Pikir**

Kemampuan penalaran matematis merupakan suatu kegiatan, proses atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasar pada beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya (Agoestanto *et al*, 2018). Penalaran matematis memiliki peran penting dalam pembelajaran matematika, karena pada dasarnya penalaran digunakan dalam hal memahami dan menganalisis suatu masalah, membangun model matematika, menyelesaikan

model, serta menafsirkan suatu solusi yang diperoleh. Setiap siswa memiliki kemampuan penalaran matematis yang berbeda-beda, perbedaan tersebut diduga karena gaya kognitif yang dimiliki setiap siswa.

Banyak hal yang dapat mempengaruhi kemampuan penalaran matematis siswa, diantaranya seperti kemampuan siswa dalam mengolah, memproses, memperoleh dan menganalisis suatu informasi. Perbedaan cara siswa dalam menerima, menyusun, berpikir, mengolah dan memproses suatu informasi atau data, dapat disebut dengan gaya kognitif (Nuralam, 2014). Gaya kognitif yang menjadi fokus dalam penelitian ini adalah gaya kognitif sistematis dan intuitif.

Menurut Fitriyah (2017) Gaya kognitif dapat digolongkan berdasarkan cara mengevaluasi informasi dan memilih strategi dan langkah-langkah dalam menyelesaikan suatu masalah. Individu yang memiliki gaya kognitif sistematis cenderung menggunakan metode penyelesaian yang jelas dan berurutan dalam menyelesaikan masalah. Selain itu, gaya kognitif sistematis sering ditandai dengan kemampuan memecahkan masalah dan langkah-langkah penyelesaian masalah untuk dikerjakan *step-by-step*, sangat berhati-hati dalam menyelesaikan suatu permasalahan dan lebih teliti, sedangkan individu yang memiliki gaya kognitif intuitif cenderung kurang memiliki metode penyelesaian yang jelas dan berurutan dalam menyelesaikan masalah. Selain itu, gaya kognitif intuitif sering ditandai dengan kemampuan melihat masalah secara global dan sering menyelesaikan masalah dengan melompat-lompat dari satu langkah ke langkah yang lain dan kemudian kembali lagi pada langkah tersebut.

Berdasarkan penelitian di atas, mendorong peneliti untuk melakukan penelitian terhadap gaya kognitif, yang menjadi fokus dalam penelitian ini adalah gaya kognitif sistematis dan intuitif. Berdasarkan uraian tersebut, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian mengenai gambaran kemampuan penalaran matematis ditinjau dari gaya kognitif sistematis dan intuitif siswa.

