

BAB II

KAJIAN TEORI

A. Deskripsi Konseptual

1. Kemampuan Penalaran Adaptif

Menurut Lestari (2015) kemampuan matematis (*mathematical abilities*) merupakan pengetahuan dan keterampilan dasar yang diperlukan untuk dapat melakukan manipulasi matematika dan kemampuan berpikir dalam matematika. Menurut Samuelsson (2010) penalaran adaptif mengacu pada kapasitas berpikir logis, refleksi, penjelasan pikiran dan membenaran. Kemampuan penalaran adaptif tampak pada siswa ketika ia mampu melakukan membenaran, membenaran yang dimaksud adalah memeriksa pekerjaan, baik pekerjaan dirinya maupun pekerjaan orang lain dan mampu menjelaskan ide-ide untuk membuat penalaran menjadi jelas sehingga dapat mengarah ke kemampuan penalaran mereka dan mampu membangun pemahaman konsep. Sejalan dengan pendapat Ostler (2011) penalaran adaptif merupakan kapasitas berfikir logis, kemampuan memberikan alasan dan menentukan solusi yang dihadapi.

Kilpatrick *et.al.* (2001) mengartikan penalaran adaptif sebagai kemampuan berpikir secara logis mengenai hubungan antara konsep dan situasi. Pada penalaran adaptif tidak hanya mencakup penalaran deduktif saja tetapi mencakup juga instuisi dan penalaran induktif yang berdasarkan pola,

analogi, dan metafora. Mengacu pada pembelajaran yang melibatkan kemampuan penalaran adaptif maka siswa tidak hanya cukup memiliki suatu konsep melalui rangkaian cerita melainkan siswa harus mampu merumuskannya dengan menggunakan pemikiran yang logis, sistematis dan kritis. Kemudian memperkuatnya melalui suatu representasi sehingga mampu mengaplikasikan pada situasi yang tepat, serta yakin terhadap setiap proses yang telah dilalui dan pengetahuan yang telah diperoleh karena terbukti kebenarannya.

Berdasarkan pendapat para ahli yang telah diuraikan di atas maka dapat disimpulkan bahwa kemampuan penalaran adaptif merupakan kemampuan siswa untuk berpikir secara logis, memperkirakan jawaban, memberikan penjelasan mengenai konsep atau jawaban yang digunakan, menilai kebenaran secara matematik dan menarik kesimpulan.

2. Indikator Kemampuan Penalaran Adaptif

Lestari (2015) mengemukakan beberapa indikator penalaran adaptif matematis, sebagai berikut :

- 1) Mengajukan konjektur (dugaan yang sifatnya residensi).
- 2) Memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan.
- 3) Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.
- 4) Memeriksa kesahihan suatu alasan.
- 5) Memberikan alternatif bagi suatu alasan.
- 6) Menemukan pola pada suatu gejala matematis.

Kilpatrick *et.al.* (2001) mengemukakan beberapa indikator penalaran adaptif matematis, sebagai berikut :

- 1) Kemampuan dalam mengajukan dugaan atau konjektur.

Kemampuan dalam mengajukan dugaan atau konjektur merupakan kemampuan siswa dalam merumuskan berbagai kemungkinan yang sesuai dengan pengetahuan yang dimiliki siswa.

Contoh :

Diketahui $f(x) = \sqrt{x-2}$, tentukan interval x agar $f(x)$ terdefinisi.

Untuk menjawab pertanyaan tersebut maka, akan diduga untuk :

$$x = -1 \rightarrow f(-1) = \sqrt{-1-2} = \sqrt{-3}$$

$$x = 0 \rightarrow f(0) = \sqrt{0-2} = \sqrt{-2}$$

$$x = 1 \rightarrow f(1) = \sqrt{1-2} = \sqrt{-1}$$

$$x = 2 \rightarrow f(2) = \sqrt{2-2} = 0$$

$$x = 3 \rightarrow f(3) = \sqrt{3-2} = 1$$

Agar $f(x)$ terdefinisi maka $x \geq 2$

- 2) Mampu memberikan alasan mengenai jawaban yang diberikan.

Mampu memberikan alasan mengenai jawaban yang diberikan artinya siswa mampu memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran dari suatu pertanyaan.

Contoh :

Diketahui $f(x) = x^3$, apakah $f(x)$ merupakan fungsi ganjil? Berikan alasanmu!

Jawab :

Syarat fungsi ganjil adalah $f(-x) = -f(x)$

$$f(x) = x^3$$

$$f(-x) = -x^3$$

$$-f(x) = -x^3$$

Karena $f(-x) = -f(x)$, maka $f(x)$ merupakan fungsi ganjil

3) Mampu menarik kesimpulan dari suatu pertanyaan.

Mampu menarik kesimpulan dari suatu pertanyaan artinya siswa melakukan proses berpikir untuk menghasilkan sebuah pemikiran.

Contoh :

Diketahui : $f(x) = x^2$, $g(x) = x$ dan $h(x) = x^4$. Tentukan :

a) $(f \circ g)(x)$, apakah komposisi fungsi tersebut termasuk fungsi ganjil?

b) $(h \circ g)(x)$ apakah komposisi fungsi tersebut termasuk fungsi ganjil?

Dari a) dan b) apa yang dapat disimpulkan?

Untuk menjawab pertanyaan tersebut, terlebih dahulu mencari hasil komposisi fungsi antar keduanya, kemudian menentukan apakah komposisi fungsi keduanya tersebut termasuk fungsi ganjil. Dari hasil yang diperoleh kemudian dapat disimpulkan bahwa keduanya merupakan fungsi ganjil

4) Mampu memeriksa kesahihan suatu argumen.

Mampu memeriksa kesahihan suatu argumen artinya kemampuan menyajikan kebenaran suatu pertanyaan dengan berpedoman pada hasil matematika yang diketahui, kemudian mengembangkan argumen matematik untuk membuktikan suatu pernyataan.

Contoh :

Diketahui $f(x) = x + 1$ dan $g(x) = x - 2$, apakah

$$(f \circ g)^{-1}(x) = (f^{-1} \circ g^{-1})(x)$$

Jawab :

$$(f \circ g)^{-1}(x) = (f^{-1} \circ g^{-1})(x)$$

$$(f(g(x)))^{-1} = f^{-1}(g^{-1}(x))$$

$$(f(x - 2))^{-1} = f^{-1}(x + 2)$$

$$x + 1 = x + 1$$

5) Mampu menemukan pola pada suatu gejala matematis.

Mampu menemukan pola pada suatu gejala matematis artinya kemampuan untuk menyusun suatu gejala dari permasalahan matematis sehingga membentuk suatu pola.

Contoh :

Diketahui daerah asal = {1, 2, 3, 4}, daerah kawan = {2, 4, 6, 8} dan daerah hasil = {2, 4, 6, 8}. Berdasarkan hal tersebut bagaimana rumus fungsi untuk pernyataan tersebut?

Jawab:

Jika daerah hasil = {2, 4, 6, 8} dan daerah asal = {1, 2, 3, 4}, maka fungsinya setengah dari daerah kawan atau 2 kali dari daerah asal, sehingga rumus fungsi $f(x) = 2x$ dimana $x = 1, 2, 3, 4$

Berdasarkan beberapa uraian di atas, maka indikator (aspek) kemampuan penalaran adaptif pada pembelajaran matematika yang peneliti gunakan mengacu pada indikator yang dikemukakan oleh Kilpatrick *et.al.* (2001) yang meliputi (1) kemampuan dalam mengajukan dugaan atau konjektur, (2) mampu memberikan alasan mengenai jawaban yang diberikan, (3) mampu menarik kesimpulan dari suatu pertanyaan, (4) mampu memeriksa kesahihan suatu argumen, dan (5) mampu menemukan pola pada suatu gejala matematis.

3. Disposisi Matematis

Menurut Kilpatrick (2001) disposisi matematis (*mathematical disposition*) merupakan sikap produktif atau sikap positif serta kebiasaan untuk melihat matematika sebagai sesuatu yang logis dan berfaedah. Sedangkan NCTM (2000) mengemukakan bahwa disposisi matematik menunjukkan rasa percaya diri, ekspektasi dan metakognisi, perhatian serius dalam belajar matematika, kegigihan dalam menghadapi dan menyelesaikan masalah, rasa ingin tahu yang tinggi serta kemampuan berbagi pendapat dengan orang lain.

Menurut Sumarmo (2014) disposisi matematik (*mathematical disposition*) merupakan kecenderungan, keinginan, kesadaran, dedikasi yang kuat pada diri siswa untuk berpikir dan berbuat secara matematik dengan cara yang positif. Menurut Maxwell (2001) disposisi terdiri dari (1) *inclination* (kecenderungan) yaitu bagaimana sikap siswa terhadap tugas-tugas; (2) *sensitivity* (kepekaan) yaitu bagaimana kesiapan siswa dalam menghadapi tugas; (3) *ability* (kemampuan) yaitu bagaimana siswa fokus untuk menyelesaikan tugas secara lengkap dan (4) *enjoyment* (kesenangan) yaitu bagaimana tingkah laku siswa dalam menyelesaikan tugas.

Menurut Lestari (2015) terdapat beberapa indikator disposisi matematis yaitu (1) rasa percaya diri dalam menggunakan matematika, menyelesaikan masalah, memberi alasan dan mengomunikasikan gagasan; (2) fleksibilitas dalam menyelidiki gagasan matematis dan berusaha mencari

metode alternatif dalam menyelesaikan masalah; (3) tekun mengerjakan tugas matematika; (4) memiliki minat, rasa ingin tahu dan daya temu dalam melakukan tugas matematika; (5) memonitor dan merefleksikan *performance* yang dilakukan; (6) menilai aplikasi matematika ke situasi lain dalam matematika dan pengalaman sehari-hari; dan (7) mengapresiasi peran matematika dalam kultur dan nilai matematika sebagai alat dan sebagai bahasa.

Berdasarkan penjelasan yang sudah dipaparkan peneliti menyimpulkan bahwa disposisi matematis merupakan kecenderungan, keinginan, kesadaran, dedikasi yang kuat pada diri siswa untuk berpikir dan berbuat secara matematik dengan cara yang positif. Berdasarkan hal tersebut maka indikator disposisi yang peneliti gunakan yaitu :

- 1) Rasa percaya diri dalam pembelajaran matematika, menyelesaikan masalah, memberi alasan dan mengomunikasikan gagasan.
- 2) Fleksibilitas dalam menyelidiki gagasan matematis dan berusaha mencari metode alternatif dalam menyelesaikan masalah, tekun dan gigih dalam mengerjakan tugas matematika.
- 3) Minat, rasa ingin tahu, bergairah dan daya temu dalam melakukan tugas matematika.
- 4) Cenderung memonitor dan merefleksikan penalaran mereka sendiri.
- 5) Menilai aplikasi matematika ke situasi lain dalam matematika dan pengalaman sehari-hari.

- 6) Apresiasi terhadap peran matematika dalam kultur dan nilai, matematika sebagai alat dan bahasa.
- 7) Berbagi pendapat dengan orang lain.

B. Materi

Materi yang digunakan dalam penelitian ini adalah materi komposisi fungsi dan invers fungsi pada kelas XI. Silabus yang digunakan dalam penelitian ini mengacu pada silabus KTSP (Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan), dengan rincian sebagai berikut :

Tabel 2.1
Standar Kompetensi, Kompetensi Dasar dan Indikator

| Standar Kompetensi | Kompetensi Dasar | Indikator |
|--|---|---|
| 5. Menentukan komposisi dua fungsi dan invers suatu fungsi | 5.1. Menentukan komposisi fungsi dari dua fungsi. | 5.1.1. Menentukan interval dari suatu komposisi fungsi. 5.1.2. Membuktikan sifat komposisi fungsi. 5.1.3. Membuktikan komposisi fungsi dari komponen fungsi yang diketahui. 5.1.4. Menentukan rumus komposisi fungsi dari nilai komposisi fungsi yang sudah diketahui. |
| | 5.2. Menentukan invers suatu fungsi. | 5.2.1. Membuktikan rumus komposisi fungsi dan menentukan |

| | | |
|--|--|----------------|
| | | invers fungsi. |
|--|--|----------------|

C. Penelitian Relevan

Di bawah ini adalah beberapa hasil penelitian sebelumnya yang relevan dengan masalah yang diteliti:

Arifudin (2016) pada penelitiannya menyimpulkan bahwa metode pembelajaran *discovery learning* pada materi trigonometri memberikan pengaruh terhadap kemampuan penalaran adaptif siswa SMA di Tangerang, kemampuan penalaran adaptif siswa dengan metode pembelajaran *discovery learning* mengalami peningkatan yang lebih baik dari pada pembelajaran konvensional. Syukriyani (2016) pada penelitiannya menyimpulkan bahwa fokus penelitian ini adalah pada aspek penalaran adaptif dan kompetensi strategis pada siswa laki-laki *field independent* dalam memecahkan masalah.

Haryanti (2010) dalam penelitiannya menyimpulkan bahwa proses penalaran adaptif dalam pemecahan masalah matematika pada siswa SMP adalah (a) merumuskan hal yang diketahui dari permasalahan matematika yang diberikan; (b) merumuskan hal yang belum diketahui; (c) merumuskan hal yang ditanyakan; (d) menemukan kemungkinan strategi untuk mengerjakan permasalahan matematika; (e) menuliskan kemungkinan rumus untuk membantu memecahkan permasalahan matematika; (f) menemukan hasil akhir dari permasalahan matematika; (g) menuliskan kesimpulan dari permasalahan matematika; (h) menuliskan alasan tentang strategi yang siswa dapatkan; (i)

menuliskan alasan tentang kesimpulan yang siswa dapatkan; (j) menuliskan jawaban yang sesuai dengan pertanyaan yang ada dalam permasalahan matematika; (k) memeriksa jawabannya kembali agar tidak ada salah hitung dalam pekerjaannya; dan (l) membedakan algoritma pada masing-masing soal dengan konsep tertentu.

Sunendar (2016) dalam penelitiannya menyimpulkan bahwa pembelajaran kontekstual dapat digunakan untuk mengembangkan disposisi matematika peserta didik. Hal ini tergambar pada langkah-langkah pembelajarannya. Pada langkah *Relating*, mengembangkan rasa ingin tahu, pada langkah *Experiencing* mengembangkan rasa percaya diri peserta didik, pada langkah *Applying* mengembangkan kegigihan dan ketekunan peserta didik, pada langkah *Cooperating* mengembangkan fleksibilitas dan keterbukaan dalam berpikir dan pada langkah *Transferring* mengembangkan kemampuan memonitor proses berpikir dan kinerja sendiri (*reflektif*).

Zuraida (2013) pada penelitiannya menyimpulkan (1) pemahaman matematis siswa yang menggunakan pembelajaran dengan strategi MHM lebih baik daripada siswa yang menggunakan pembelajaran konvensional; (2) disposisi matematis siswa tentang matematika yang menggunakan pembelajaran strategi MHM lebih baik daripada siswa yang menggunakan pembelajaran konvensional; (3) peningkatan pemahaman matematis siswa yang menggunakan pembelajaran dengan strategi MHM lebih baik daripada siswa yang menggunakan pembelajaran konvensional yaitu kategori sedang; (4) peningkatan disposisi matematis siswa

tentang matematika yang menggunakan pembelajaran strategi MHM lebih baik daripada siswa yang menggunakan pembelajaran konvensional yaitu kategori rendah; dan (5) pemahaman matematis siswa dalam pembelajaran yang menggunakan strategi MHM dan konvensional berpengaruh terhadap disposisi matematis siswa.

D. Kerangka Pikir

Matematika merupakan mata pelajaran dasar yang termuat dalam pendidikan. Karena hal tersebut maka matematika menjadi mata pelajaran wajib dalam setiap jenjang pendidikan. Dalam mempelajari matematika, peserta didik diharapkan mampu berpikir logis, analitis, sistematis, kritis dan kreatif serta mampu bekerjasama dalam masyarakat luas. Untuk mencapai harapan tersebut maka siswa harus memiliki pengetahuan dasar yang cukup, mampu mengerti dengan tugas yang diberikan, termotivasi dan mampu mengenal konteks yang diberikan.

Kemampuan penalaran adaptif merupakan kemampuan yang mengacu pada kapasitas berpikir logis, refleksi, penjelasan pikiran dan pembenaran. Kemampuan penalaran adaptif tampak pada siswa ketika ia mampu melakukan pembenaran, pembenaran yang dimaksud adalah memeriksa pekerjaan, baik pekerjaan dirinya maupun pekerjaan orang lain dan mampu menjelaskan ide-ide untuk membuat penalaran menjadi jelas.

Disposisi matematis merupakan suatu sikap dimana siswa memiliki rasa percaya diri, minat, rasa ingin tahu, fleksibilitas, bergairah, daya temu dan juga dapat merefleksikan, mengaplikasikan serta dapat berbagi pendapat dengan orang lain. Singkatnya, disposisi matematis merupakan kecenderungan siswa berfikir dan bertindak secara matematik dengan cara yang positif. Disposisi matematis yang baik pada siswa dapat mendukung kemampuan penalaran adaptif siswa dalam menyelesaikan suatu permasalahan matematika. Dengan begitu siswa akan merasa terbantu dalam memahami pembelajaran matematika karena dengan disposisi matematis yang baik siswa akan lebih mudah dalam berpikir logis, merefleksikan, menjelaskan pemikirannya dan melakukan pembenaran. Nantinya siswa akan merasa senang selama proses pembelajaran berlangsung sehingga dapat membantu siswa untuk mengurangi rasa takut, tidak suka, minder, pesimis mereka terhadap pelajaran matematika.